

Lucrare scrisă la matematică – Sesiunea Iulie 2010

Subiectul I

1. Să se rezolve sistemul de inecuații:
$$\begin{cases} 2x-1 > x-5 \\ x+6 \geq 0 \\ x^2-3x-4 \geq 0 \end{cases}$$

a) $x \in (-\infty, -1] \cup [4, \infty)$ b) $x \in (-4, -1] \cup [4, \infty)$ c) $x \in (-1, 4]$ d) $x \in (-\infty, -1)$

2. Dacă suma a trei numere naturale consecutive este 18, atunci cel mai mare dintre ele este:

a) 6 b) 5 c) 7 d) 9

3. Rezolvați ecuația: $4^x + 2^{x+1} = 8$.

a) $x = \log_2 \frac{1+\sqrt{29}}{2}$ b) $x_1 = -1, x_2 = -2$ c) $x = 1$ d) $x_1 = 1, x_2 = 2$

Subiectul II

1. În câte moduri se pot aranja pe un raft 6 cărți diferite?

a) 100 b) 720 c) 560 d) 600

2. Dacă matricele X și Y verifică sistemul: $3X - 2Y = \begin{pmatrix} 1 & 8 & -7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $4X - Y = \begin{pmatrix} 3 & 9 & -6 \\ -1 & 4 & -8 \\ 10 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ atunci

matricea $X + Y$ este:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -4 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -8 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -5 \\ 6 & 1 & 4 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -12 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

3. Să se rezolve ecuația $\begin{vmatrix} 1 & 2 & x-3 \\ 2 & 3 & x-1 \\ 3 & 1 & x-2 \end{vmatrix} = 0$.

a) $x = 1$ b) $x = 5$ c) $x = 6$ d) $x = 0$

Subiectul III

1. Sistemul linear $\begin{cases} x - ay + z = 1 \\ x - y + z = -1 \\ ax + a^2y - z = a^2 \end{cases}$, $a \in \mathbb{R}$, este compatibil nedeterminat pentru:

a) $a = 1$ b) $a = -1$ c) $a = 2$ d) $a = -2$

2. Pe \mathbb{R} este definită legea de compoziție "*" prin: $x * y = 3x + 3y + xy + m$

Egalitatea $(2 * 3) * 4 = 175$ are loc pentru :

a) $m = 5$ b) $m = 2$ c) $m = -3$ d) $m = 0$

3. Suma a două rădăcini ale ecuației $2x^3 - 4x^2 - 7x + \lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, este egală cu 1 pentru:

a) $\lambda = 9$ b) $\lambda = 0$ c) $\lambda = 1$ d) $\lambda = -4$

Subiectul IV

1. Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}$.

a) $\frac{4}{3}$

b) $-\frac{3}{2}$

c) $\frac{4}{5}$

d) $\frac{3}{2}$

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1, 3\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+m}{x^2 - 2x - 3}$, $m \in \mathbb{R}$.

Să se determine m astfel încât $f'(0) = 1$.

a) -3

b) -6

c) 3

d) 6

3. Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-2}{x^3}$. Atunci:

a) $x = 4$ este punct de minim

b) $x = 1$ este punct de maxim

c) $x = 3$ este punct de maxim

d) funcția nu are puncte de extrem

Subiectul V

1. Asimptotele la graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^3}{3} - x + 2$, sunt:

a) $y = x + 1$, $x = 0$

b) $y = \frac{x}{3} - 1$

c) $y = -1$, $x = \frac{1}{3}$

d) nu există

2. $\int (x^2 - 1)e^x dx = (ax^2 + bx + c)e^x + C$, $x \in \mathbb{R}$, dacă:

a) $a = 1$, $b = -2$, $c = 1$;

b) $a = 1$, $b = -1$, $c = 2$;

c) $a = -1$, $b = 2$, $c = 1$;

d) $a = -1$, $b = -2$, $c = 1$.

3. Să se calculeze integrala $\int_0^1 \frac{x^5}{x^3 + 1} dx$:

a) $1 - \ln 2$

b) $\frac{1}{2}(1 - \ln 2)$

c) $\frac{1}{3}(1 - \ln 2)$

d) $\frac{1}{5}(1 - \ln 2)$